EXERCITATIO GEOMETRICA.

De Geometria Indiviſibilium, & Proportione Spiralis ad Circulum.

Authore, THOMA ANGLO, ex ALBIIS *Eaſt-Saxonum*.

LONDINI,
M. DC. LVIII.

Excellentiſſimo Viro,

Gerardo à Gutſchoven :

In Medicina experientiſſimo, in Geometricis Thaumaturgo, & Mathematum apud GRUDIOS Profeſſori Regio.

S*Ubolverat* PHYSICO *meo* EUCLIDI (*Clariſſime Vir*) *defenſio* CARTESII, *quam moliris. Inhorruit;* &, *exclamans, Periimus, inquit! In procinctu adverſus nos ſtat,* Carteſii *hyperaſpiſtes , magnus* GUTSCHOVEN.

VEN. *Et ego, ab amiciſſimo viro Quid times? Nè nævos tibi tuos aperiat? Habebat &* Venus *ſuos; &, objectu eorum, cætera nitebat magis. Plura ad ſolatium addidi, & Fratris* METAPHYSICI *auxilia ſpopondi. Surdo canebam: Retulit mihi, Quid hæc ad tantum virum*, Geometriæ *callentiſſimum*, Naturæ *per medicas indagationes Eviſceratorem, qui, per* Mechanices *operas, vitam, imò mentem, automatis indit, ut pericula vitent, ad tuta recurrant, &* Carteſio, (*Quanto Philoſopho!*) *junctis viribus campum invadit? Sed & mihi, inquit, domi exprobratur, Unde tu* Demonſtrator, *cùm* Geometrica *non attigeris?*

Pu-

Putaſne poſſe leges & ſolertiam Geometricam *ad Labyrinthos* Naturæ, *& ſepoſitos* Sapientiæ *receſſus traducere? Ah Pater!*

Hæc dici potuiſſe, & non potuiſſe refelli?

Agnovi voces debentis Eridano *buſtuarium, & nefaſtum erat omen. Collegi itaque me totum, & cùm hanc* Exercitationem *parturiiſſem*, EUCLIDI minori *ad te perferendam tradidi, ut palpo te feriat, &* Fratri *molles exoret iras: non ut parcas ipſius vitiis (æquum enim eſt ut ſit amicior veritas); ſed ut doceas, non confun-*

das; erudias, non exagites; me Tui admiratorem magis indies reddas

Servum & Amiciſſimum,

THO. ALBIUM.

Exer-

EXERCITATIO
GEOMETRICA, &c.

INTRODUCTIO.

INcertitudo & vanitas, quæ jam ante ſæculum Scholas Metaphyſicas, & ipſam Naturæ diſcuſſionem (ubi Medicorum induſtria non ſeſe miſcuit) invaſit & peſſundedit, tantæ nauſeæ fuit Mathematum conſultis, ut veritati cuilibet ab ipſarum fontibus derivatæ eo ipſo nugacitatis & ſophiſmatis macula apud eos (cæteroqui acutiſſimos & ſolidiſſimæ cenſuræ viros) adhæreret. Paſſæ ſunt inter cæteras hanc calumniam duæ adnatæ ſibi & à magno *Ariſtotele* demonſtratæ ſententiæ: *Partes videlicet non eſſe actu in continuo & magno*, &, *Non eſſe reſolubilem magnitudinem in indiviſibilia*. Ex quarum ignoratione radices ſubmiſit celebris illa, apud Modernos incautiores, Demonſtrationum baſis:

Quantum non eſſe aliud quàm ſua indiviſibilia. Quæ quàm latè ſe expanderit vix eſt dicere, maximè ex quo ingenioſiſſimus Cavallerius, quaſi novam ſcientiam orditurus, Geometriam ſuam (quam indiviſibilium apellavit) publico expoſuit. Memini interveniſſe dum librum ſuum prælo nondum ſubactum fidiſſimo Galilæi diſcipulo *D. Benedicto* de *Caſtellis* obtulit, tanti viri authoritatem exambiens: qui poſt diſceſſum Authoris de opere cum non levi ſtupore locutus, materiei univerſalitatem & methodi claritatem mihi aperuit. Neque inficior me, & dicentis veneratione, quem pro ſummæ ingenuitatis & ſcientiæ viro meritò colebam, & ingentis auſi ſpectabiliſſimâ facie attonitum, miro publicationem operis expectaviſſe affectu. Sed cùm tenacior forem eorum dogmatum quæ ab *Ariſtotele* & *D. Thoma Aquinate* pro fixis acceperam, methodus Cavallerii non citra formidinem mihi inſedit, quæ meditatione multâ adeo invaluit, ut ipſam methodum

thodum, etſi non penitus aſpernandam vel inutilem, tamen fallacem & non ſine examine adhibendam intelligerem. Et quoniam eam nimiùm avidè deglutiri à Geometris egregiis adverterem, cur mihi diſpliceret in patulum propellere, operæ pretium viſum eſt. Aio proinde dictum hoc, *Quantum eſſe omnia ſua indiviſibilia*, in Scholâ Geometricâ eſſe effatu & acceptatione indignum. Quod ut ipſius ſcientiæ propriis telis conficiam, memoro trium generum eſſe indiviſibilia, quæ huic diſputationi ſubmittuntur; Puncta, quaſi elementa linearum, Lineas, ſuperficierum partes, & Superficies tandem ut in corpus ædificatas. In ſingulis ἀγεωμετρίαν venamur.

Geometriam Indiviſibilium eſſe fallacem.

OCcurrunt ſtatim notiſſimæ leges Diametri & coſtæ in quadrato. Cùm enim nullum ſit Punctum diametri per quod non tranſeat linea recta ab unâ Quadrati coſtâ ad oppoſitam

tam parallelè ad baſes acta, fatuum eſt expectare plura puncta in Diametro quàm in coſtâ; & tamen, diametrum negare coſtâ longiorem, neque Geometria permittit, neque oculi.

Neque minùs notum eſt neque minùs clarum quod ſequitur; nempe poſſeCurvas infinitas ejuſdem eſſe altitudinis, ſeu eidem Axi applicari, quarum alia aliâ ſit longior, & ſingulæ longiores axe; & tamen à ſingulis punctis curvarum ad axem duci poſſe ſingulas lineas parallelas ſibi invicem, ut non plura neceſſe ſit in ſingulis curvis eſſe puncta quàm in axe, hoc eſt, ut ſit punctorum in longitudine inæquali multitudo ſemper æqualis.

Quorſum adjiciam, cùm ex centro ad vaſtiſſimæ Circumferentiæ ſingula puncta ſingulæ lineæ per ſingula item puncta concentricarum circumferentiarum deduci natæ ſint, æquâ multitudine punctorum omnes Circumfeferentias conflari, nihil impediente quantâlibet longitudinum varietate?

Quor-

Quorſum, decimam ſexti Elementorum in quantulâcunque rectâ, partes quantæcunque partibus multitudine æquatas, cum conſenſu ipſius Geometriæ inveniſſe?

Non minor eſt in cæteris indiviſibilium ſpeciebus copia. Inter eaſdem parallelas, ſi ſtatuatur unum parallelogrammum cujus latera ſint perpendicularia baſibus, licebit formare alia quotlibet inter eaſdem parallelas ſuper æquales baſes, quorum ſingulæ lineæ ad lineas prioris ſint in qualicunque proportione, & omnia parallelogramma nihilominus ſpatiis æquis finientur.

Super diametro quadrati conſiſtant quælibet portiones circulorum vel aliarum figurarum curvi-linearum; quorum curvæ, lineas quadrati parallelas baſibus, in binas partes inæquales ſecent; partes linearum parallelarum baſibus in quadrato per quamlibet diviſionem factæ, erunt æquales ſibi invicem & longitudine & multitudine; cùm inter omnes una uni

ſemper

ſemper reperiri poſſit æqualis, cum areæ figurarum per diviſionem natarum poſſint eſſe in quantâlibet inæqualitate.

Eâdem lege, in quibuſlibet figuris planis continuè in verticem deficientibus, modo ſint baſium æqualium, reperibiles ſunt ſingulæ lineæ ſingulis æquales cum inæqualitate arearum ad libitum.

Figuræ dictæ Iſoperimetræ à Triangulo uſque ad circulum habent lineas quibus conſtant à circumferentia uſque ad centrum analogè ſumptas ſemper æquales, cùm areæ poſſint quantamlibet varietatem ferre.

Superſunt ſuperficies non minus fertiles. In corporibus ſimilibus ſed inæqualibus, figuræ integrantes corpus ſunt ſingulæ atque adeo omnes in duplâ proportione laterum Homologorum, ſed corpora in triplâ ratione eorundem.

Coni æqualium altitudinum & baſium cum Cylindris, conſtant ex conicis ſuperficiebus facientibus medi-

etatem

etatem ſpatii quam faciunt cylindricæ ſuperficies cylindrorum, & tamen coni ſunt tertia duntaxat pars cylindrorum.

In figuris ſolidis baſium æqualium continuè ad verticem deficientibus parallelè ad baſim, non eſt reperire ſuperficiem baſi parallelam cui non reperiatur alia in aliis æqualis, etſi ipſa corpora ſint diverſiſſimarum molium.

Hemiſphærium ex ſuperficiebus hemiſphæricis conſtare, in doctrinâ Geometriæ indiviſibilium, confeſſum eſt. Idem hemiſphærium ex planis circulo maximo parallelis, quorum ſingula ſint æqualia ſingulis baſibus ſuperficierum hemiſphæricarum non minùs dilucet, & hoc quidem in altitudine axis hemiſphærii. Superficies autem hemiſphæricas eſſe duplas ſuarum baſium, non patitur dubitare *Archimedes*. Quare, ſi per indiviſibilium computum quantitas hemiſphærii æſtimetur, pronuncianda eſt eſſe ſibimet dupla & dimidia.

Hæc

Hæc acervatim congeſſi ſine figuris & deductione, velut nota Geometris ad quos mihi res eſt. Neque finis exemplorum foret ſi liberet proſequi. Univerſam ſiquidem Geometriam convellit & evertit hæc fallax methodus arguendi.

Fundamenta ipſius eſſe debilia.

VErum enimverò audiendi ſunt vel erroris patroni, ut ritè condemnentur. Allegant itaque imprimis Inſtantias plurimas, in quibus hæc methodus veritatem tetigit. Sed, pace tantorum virorum dictum ſit, neque Geometriam neque Logicam ſapit hæc argumentatio; poſtquam & Logica docet centum exemplorum myriadas regulam univerſalem non ſancire, ſi vel una ſit in oppoſitum clara inſtantia; & non ſit è Geometrarum diſciplinâ ab exemplis, ſed à definitionibus & de ſe notis Axiomatibus, firmitatem petere.

Replicant, & acutè; Se poſſe tales limi-

limitationes principio aſſumpto adjungere, ut non poſſit fallere hic diſcurrendi modus. Sed in primis expectanda eſt hæc opera. Verùm preſſius urgeo, Num additis his limitationibus, ex terminis clara erit propoſitio, & ſuâ ſtabilitate conſtans? An ideò acceptanda, quia nondum apparuit in deductionibus lapſus? Si hoc poſterius volunt, interea incertos & ignorantes nos relinquunt. Si prius, Ut quid hanc evidentiam non promunt, ut acquieſcamus? Sed hoc non poſſe fieri, non ipſorum duntaxat tarditas & mora convincit, ſed quòd certâ demonſtratione phyſicâ conſtet, nulla omninò eſſe indiviſibilia in magnitudine, & proinde vaniſſimam eſſe propoſitionem, quæ eam ex indiviſibilibus componit.

Unde irrita evaneſcit calumnia illa quam jactabant & antiqui *Sceptici* & quidam moderni (quod pudendum eſt) non leviter Geometricis imbuti; Videlicet Geometras, vel magis ipſam Geometriam, falſa quædam

ſupponere, in quibus fundet, quæ certa reddere pollicetur, utique hæc ipſa indiviſibilia de quibus eſt ſermo. Credunt ſiquidem Geometras, cùm puncta & lineas, & plana deſignant, reâpſe exiſtimare quædam entia indiviſibilia in ipſo continui contextu hærere, ad quæ eorum deſignatio terminetur, ignorantes his voculis puras negationes explicari, ut ſuperficies, quatenus indiviſibilitatem ſonat, non ſit aliud quàm *non-profunditas*, linea, *non-latitudo*; punctum, *non-longitudo*. Cùm itaque aſſerunt vel ſupponunt Geometræ, in ſignato loco eſſe punctum, non aliud volunt quàm longitudinem non ultra progredi; cùm lineam, latitudinem eſſe finitam; & per ſuperficiem, quam nominant profunditatem ſeu corpus, vel corporis eam de quâ loquuntur partem, non ſemet ulterius exporrigere indicant. Malè itaque intelligunt Sceptici; non malè loquuntur Geometræ.

Sed replicant Sceptices cultores: Demonſtrandis Geometrarum placitis

citis

citis non fieri ſatis, niſi intelligatur duci poſſe lineam à puncto ad punctum quando id poſtulant, vel planum adigi poſſe per corpus quâ ipſi jubent, & propterea introduci ab ipſis quædam gratis concedenda, & ſecus nihil poſſe Geometriam. Neque licet inficias ire quædam à Geometris poſtulari. Sed ſi ultra corticem inſpicientes quæramus quænam flagitentur, inveniemus nil aliud peti niſi ut diſcens, ſeu lector, velit animum ſic applicare ut à Magiſtro ducitur. Vice enim hujus dicti, *ducatur linea à puncto* A. *ad punctum* B. ſubjiciatur hæc propoſitio, *Abſtrahendo à latitudine, conſidera ſolam longitudinem inter* A. *&* B. Tantundem dictum erit, & fictionis indiviſibilis Entitatis nullum apparebit veſtigium. Simile eſt, ſi pro *Tranſeat planum*, doctor edicat, *apprehende latitudinem in parte quam oſtendo, abſtrahendo à profunditate*, ſeu *non conſideratâ profunditate*. Eodem paſſu progredietur demonſtratio, & ſuſpicio de adjecti-

tiâ ſuperficie nulla ſupererit. Palàm eſt itaque Geometris non eſſe neceſſariam aliquam effectionem ad poſtulata ſua, ſed vice abſtractionum Metaphyſicarum, ad intellectus iis non aſſuefactos formulas rudiores ſed accommodatiores adhibere.

Aliqui, incommoda ad Indiviſibilium poſitionem ſequentia vitaturi, pro lineis parallelogramma, pro ſuperficiebus cylindrellos vel parallelepipeda minima ſeu tenuiſſima, ut infinita evadant, ſubornant, reipsâ voces non rem mutantes. Inter hujuſmodi enim quantitates, vel aliquas eſſe minimas putant vel nullas. Siquæ minimæ ſint & multitudo infinita, palàm eſt quantitates ex iis compoſitas eſſe magnitudines infinitas, quod horum Geometrarum propoſito non convenit. Sin aut multitudinem horum quantorum finitam, aut nulla minima credant, corpora quidem finita, ſed ad præſumptas ipſorum demon-

stra-

ſtrationes nihilo magis conferentiâ afferunt. Verè enim ſi nullæ ſunt minimæ harum quantitatum, omnes non ſunt niſi pura indiviſibilia.

Depugnant adhuc, & Geometrarum inſignium qui hanc diſcurſus rationem amplexi ſunt authoritate, & facilitate ad inventionem quam experti ſunt in eâ ſummam. Ad profitentes ſe nominum majeſtatem revereri ſic opponitur. Videte,num deceat Magiſtros in Geometriâ ad authoritatem appellare. Quid quod ignoſcibilius ſit invento proprio deceptum eſſe quàm in alienum errorem ſeſe demiſiſſe? Turpis itaque Geometræ eſt hæc excuſatio.

De utilitate ad problematum enodationem reſpondendum eſt, Hanc commoditatem Dialectico diſputatori mirè congruere, Demonſtratore qui ſeveritatem ambiat, eſſe inferiorem.

Eam ad antiquam methodum facillimè traduci.

PArùm eſt errorem oſtendiſſe; magnum ſi utilitatem quæ ex ipſius admiſſione ſperabatur ex alio capite doceas acquirere. Eſt itaque quam ſperant utilitas, invèntionis facilitas. Hæc, quomodò æqualis haberi poſſit in methodo corporum, abſque periculo illo erroris quod ſecum trahit indiviſibilium poſitio, nobis oſtendendum manet.

Modus itaque per quanta, demonſtrationes conjugatas iis quæ per methodum indiviſibilium prætenduntur, fingendi, à tribus propoſitionibus pendet. Prima eſt, *Demonſtratio ſeu effectio, quæ excludit omnem differentiam quæ poſſit objici, probat æqualitatem.* Hanc ſola terminorum apprehenſio facit evidentem. Si enim duo differant, certâ & determinatâ quantitate differunt, quæ ſi objiciatur non poteſt excludi à quâ-

quâlibet demonſtratione. Si itaque demonſtratio excludat quamlibet, hoc eſt nullam non excludat, clarum eſt nullam omnino eſſe.

Proxima propoſitio eſt, *Cuilibet quanto à baſi ad verticem continuè deficienti conſcribi poſſe ſive intus ſive extra per bidiviſionem ſeu dichotomiam axis & partium ejus, & ordinatim factas lineas vel plana parallela baſi alia quanta quæ differant à dicto quanto quantitate minori quâlibet oblatâ.*

F. 1.]Eſto itaque *A. B. C.* quantum, à baſi ad verticem continuè deficiens, cujus axis *A C.* diviſus ſit bifariàm in *D.* & partes *A D. D C.* iterum bifariàm diviſæ in *E* & *F.* & imperatum ſit circa quantum *A B C.* conſcribere aliud quantum non excedens quantum *A B C.* mole quantitatis dabilis, & ſit quantum oblatum ⊙. Intelligatur verò ⊙ eſſe planum, & quantitas *A B C.* ſimiliter plana, & fiat parallelogrammum rectangulum ſuper rectâ *H I.* æquale axi *A C.* minus ſpatio

tio ⊙. ſitque reliquum latus parallelogrammi, *I K*. & fiat *A L* perpendicularis Axi *A C*. æqualis rectæ *I K*. & excitata perpendiculari à puncto *L*. ad latus quanti propoſiti *L M*. multiplicentur diviſiones Axis donec ſingulæ partes ſint breviores lineâ *L M*. & ductis à diviſionibus axis lineis parallelis baſi (quales ſunt *E N*. *D P*. *Q F*.) excitentur à punctis *N P Q*. perpendiculares æquales partibus Axis, & productis parallelis perficiatur figura ex parallelogrammis qualia ſunt *B F*. *Q D*. *P E*. & *N A*.

Et dico quantum conſiſtens ſimilibus parallelogrammis factis excedere quantum *A B C*. minori quantitate quàm ſit aſſignata ⊙. Cùm enim parallelogrammum *H K*. ſit minus quantitate ⊙. & parallelogrammum ex omnibus partibus axis in *L A*. ſit æquale parallelogrammo *H K*. & parallelogrammum *L M A*. majus parallelogrammo quolibet ex unâ parte axis minori lineâ *L M*. in partem re-

ctæ

ctæ parallelæ baſi quæ eſt extra quantum *A B C.* & integrat latus parallelogrammi ex integra linea in partem axis minorem quam ſit *L. M.* parallelogrammum *H K.* majus erit omnibus partibus figuræ ex parallelogrammis quæ ſunt extra quantum *A B C.* & per conſequens Figura ex parallelogrammis excedit quantum *A B C.* minori quantitate quàm ſit o. quod erat probandum.

Sicut de planis proceſſimus, de corporibus eadem methodo fit progreſſus; Quare univerſaliter demonſtrata eſt propoſitio aſſumpta.

Eſto itaque tertia propoſitio: *Quicquid prætenditur demonſtrari per proportionem indiviſibilium per methodum propoſitam, æquali facilitate demonſtrari natum eſt ex vi hujus methodi, & ab ea habet firmitatem.*

Cùm enim indiviſibilia non poſſint comparari ad ſe invicem niſi numero, magnitudine, & proportione, ſeu ordine, clarum quoque ſit multitudinis

comparationem nudam vanam eſſe, cùm in omni quanto ſint infinita. Item comparationem magnitudinis nullam eſſe poſſe niſi numeri ratio habeatur, cùm plures minores faciant æquale paucioribus majoribus, ſit demonſtrationem per indiviſibilia non poſſe cum apparentia tentari niſi per ordinem ſeu proportionem quæ reperiri poſſit inter indiviſibilia; ſive indiviſibilia ejuſdem corporis comparentur mutuò, ſive indiviſibilia unius quanti ad indiviſibilia alterius.

Quare cùm neceſſe ſit poſſe fabricari quanta ſuper indiviſibilia in eâdem proportione quam habent indiviſibilia, planum eſt per ipſa quanta partialia (ut in methodo tactum eſt) poſſe argumentationem conſtrui æquali facilitate atque per indiviſibilia, imò reipsâ eſſe ſtructam ſi duntaxat mutentur voces & vice hujus *Indiviſibile* A. *eſt ad indiviſibile B.* dicatur, *Quantum cujus baſis* A *eſt ad quantum cujus baſis* B.

Eſto

F.2.] Eſto enim (exempli causâ) intentum Geometræ probare æqualitatem circuli cum Triangulo, cujus laterum circa angulum rectum alterum æquale ſit ſemidiametro, alterum circumferentiæ circuli, quod eſt primum exemplorum quo *Torricellius*, Geometra elegantiſſimus, confirmat doctrinam indiviſibilium: Et eſto figura, quam ipſe proponit, Triangulorum *ABC.* & *AIL.* & circulorum *DB.* & *OI.* Arguit ille, ex æqualitate peripheriæ *OI.* ad latus *IL.* hoc eſt, ſingularum peripheriarum concentricè incluſarum in peripheria *DB.* ad ſingulas rectas parallelas lateri *BC.* incluſas in Triangulo *ABC.* æqualitatem circuli *DB.*cum Triangulo *ABC.* deductione magis ſpeciosâ quàm ſolidâ, ut ex dictis patet, quantumvis accidat concluſionem eſſe veram. Addet à nobis propoſita methodus figuræ ipſius unam peripheriam *GK.* & unam rectam *FH.* parallelam lateri *BC.* & arguo. Quoniam lineæ *IL.* & *FH.* ſunt

ſunt æquales peripheriis *O I.* & *G K.* et pars radii *I F*, communis menſura latitudinum Annuli *G K O I.* & Trapezii *I F L H.* æqualis eſt Trapezio, Annulus, & ſic de quocunque & quotcunque annulis & trapeziis ſimiliter formatis. Sed omnia Trapezia ſine difficultate ſunt æqualia Triangulo, & omnes Annuli circulo; ergo circulus *D B.* æqualis eſt Triangulo *A B C.* Videre igitur eſt, quàm levi mutatione methodus indiviſibilium, quando ſolidè procedit, in noſtram methodum de ſeſe evidentem, convertatur. Indiviſibilium itaque Geometriâ nihil opus eſt, (nam de Arithmeticâ indiviſibilium nihil habeo pronunciare) ſtatutâ univerſali methodo conſcribendi figuras, quæ mutatis mutandis juxta materiæ qualitatem per omnia pervadit & ubique militat.

Unde non ſatisfacit mihi elegantiſſimi Geometræ Evangeliſtæ *Torricelli* reſtrictio quòd in planis quidem fi-

figuris ſolæ circulorum peripheriæ, in ſolidis autem ſuperficies tantummodo ſphæricæ, cylindricæ, conicæq; idoneæ ſint ad demonſtrationes. Minus quoq; placet aſſignata ratio quod ſolæ iſtæ perfectè adæquent figuras, & conſiderentur tanquam undiq; æqualis uniformiſq; ſpiſſitudinis. Cur enim ellipticæ hyperbolicæq; & quarumlibet regularium figurarum ſive circumferentiæ ſive plana, & corporum ex iis natorum cortices non eandem potentiam obtineant, vel quid ſit quod per *ſpiſſitudinis* vocem velit exprimere, prorſus ignoro.

Spiralem Archimedæam eſſe æqualem ſemiperipheriæ circuli primæ revolutionis.

QUoniam probatum eſt per quanta poſſe expediri illa quæ per indiviſibilia utiliter tentantur, exemplum aliquod regulæ propoſitæ exhibere

bere conſentaneum erit. Et nè opera vanè teratur, convertenda eſt ad ſubjeᷓum quod ſcientiæ ampliandæ ſerviat & non tantum oſtendendæ.

*F.*3.]Eſto itaq; angulus rectus *A B C.* cui oppoſitus ſit arcus *A C.* quarta pars circuli, & biſecetur per lineam *B D.* angulus & arcus, cujus duæ medietates ſint *A D. D C.* Biſecentur rurſus arcus & anguli per rectas *E B.* & *F B.* Biſecetur item *A B* in *G.* & centro *B.* ſpatio *B G.* fiat arcus *G H.* ſecans rectam *D B.* bifariam in *H.* & erit *G H.* dimidius arcus *A D.* & quarta pars totius *A D C.* & duo arcus *G H.* & *D C.* unâ quartâ parte hoc eſt ipsâ quantitaté arcus *G H.* minores integro arcu *A C.* Biſecentur rurſus ſingulæ partes arcus *A D C.* per lineas *B K. B L. B M.* & *B N.* Biſecetur quoq; *B G* in *O.* & *H D* in *P.* & ducatur arcus *O Q.* donec ſecet *L B.* & arcus *P R.* donec ſecet *F B.*

Et quoniam arcus *G H.* ſectus eſt bifariam in puncto *I.* à rectâ *B E.* erunt

qua-

quatuor arcus *O Q*, *I H*, *P R*, & *F C*. ſic ordinati, ut *I H* ſit duplus *O Q*, *P R*. triplus ejuſdem, & *F C*. quadruplus ejuſdem *O Q*. hoc eſt ſinguli arcus excedunt ſe invicem ut numeri. Totus itaque arcus *D C*. excedit duos arcus *F C*. & *P R*. unâ parte æquali arcui *O Q*. & totus arcus *G H*. excedit duos arcus *O Q*. & *I H*. unâ parte æquali ipſi *O Q*. Duo itaque arcus *G H*, & *D C*. excedunt quatuor arcus *O Q*, *I H*, *P R*, & *F C*. per partem æqualem *O Q* bis, hoc eſt per partem æqualem dimidio *G H*: Sed totus arcus *A C* excedit duos arcus *G H*, & *D C* per partem æqualem toti *G H*. Exceſſus itaque totius ſupra duas partes eſt duplus exceſſui duorum arcuum ſupra quatuor.

Similiter, ſi intelligatur tertia dichotomia fieri in partes ſeu arcus octo quorum primus ſit *S T*, quoniam *S T* eſt quarta pars *O Q*. Medietas *O Q* cum ipſa *S T* ſunt minores totâ *O Q* per partem æqualem *S T*. & ſic neceſſe

eſt

eſt ſingulas geminas pro prioribus quatuor ſuppoſitas deficere à prioribus quatuor ſingulis partibus æqualibus *S T*; propter gradationem continuatam ſecundum numeros. Quatuor itaq; partes, *O Q*, *I H*, *P R*, & *F C*, excedunt *S T* & cæteras ſeptem per tertiam dichotomiam factas quatuor partibus æqualibus *S T*, hoc eſt, per unam partem æqualem *O Q*, hoc eſt per dimidium *G I*. Exceſſus itaq; quatuor partium ſeu arcuum ſupra octo eſt dimidius exceſſus duarum partium ſuper quatuor: Et ſic ſemper. Si itaq; dichotomia continuetur in infinitum, linea facta ex primo exceſſu putà *G H*, & omnibus medietatibus medietatum in infinitum, eſt æqualis exceſſui totius arcus *A D C*, ſupra lineam quæ conſurgit ex arcubus in infinitum multiplicatis per dichotomiam, & ordinatis ſecundum incrementum numerorum modo explicato. Quare cùm *G H* cum omnibus medietatibus faciat duplum *G H*, hoc eſt æquale *A D*, erit

linea

linea hujuſmodi dimidia arcus *A D C*. Et cùm hic ipſe diſcurſus poſſit toti circulo æquè atque quadranti applicari, & linea quæ ſic ordinatur cum circulo ſit Helix Archimedea, ut patet ex conſtructione ipſius, fit Helicem Archimedeam eſſe dimidiam circuli primæ revolutionis,ut appellant.

Praxis ſuperiùs datæ regulæ de conſcriptione figurarum alteri cujus quantitas ſit invenienda, in hoc exemplo conſiſtit in eo, quòd arcus in ſingulis multiplicationibus faciunt novas longitudines ſeu quaſi figuras ex arcubus circulorum inſcriptis ſpirali vel parti ipſius, magis & magis appropinquantes Helicæ vel parti Helices quæſitæ: Et liceat propoſitâ quantulâ lineâ, oſtendere longitudinem ex hujuſmodi arcubus, differentem ab Helicâ quæſitâ minori longitudine quàm ſit linea propoſita.

Evidens ulterius fit demonſtrationem quæ ab aliquibus affertur ad probandum æqualitatem inter lineam para-

parabolicam & primam revolutionem ſpiralis non eſſe firmam, cùm in eá accipiatur ſemi-circulus, cui æqualis eſt ſpiralis, pro axe parabolæ; quare parabola, neceſſariò ex vi talis demonſtrationis, foret major ſpirali, cui prætenditur demonſtrari æqualis.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

FINIS.
